

Zufallsgrößen und Varianz

Definition: **Varianz und Standardabweichung**

X sei die Zufallsgröße mit der Wertemenge x_1, x_2, \dots, x_n . Dann bezeichnen wir folgende Größe als:

$\mu = E(x)$ den **Erwartungswert** und berechnen ihn folgendermaßen:

$$\mu = x_1 \cdot P(X = x_1) + x_2 \cdot P(X = x_2) + \dots + x_n \cdot P(X = x_n)$$

Mit $V(X)$ bezeichnen wir die **Varianz**:

$$V(X) = (x_1 - \mu)^2 \cdot P(X = x_1) + (x_2 - \mu)^2 \cdot P(X = x_2) + \dots + (x_n - \mu)^2 \cdot P(X = x_n)$$

Die Wurzel aus der Varianz $V(X)$ heißt **Standardabweichung** der Zufallsgröße X:

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

Aufgabe 1: X sei die Augenzahl beim Werfen eines Würfels. Berechne den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung.

Lösung:

x_i							
$P(X=x_i)$							
$(x_i - \mu)^2$							

$E(x) =$ $V(x) =$ $\sigma(x) =$

Aufgabe 2: X sei die Summe der Augenzahlen beim Werfen zweier Würfel. Berechne den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung

Lösung:

x_i											
$P(X=x_i)$											
$(x_i - \mu)^2$											

$E(x) =$ $V(x) =$ $\sigma(x) =$

Zufallsgrößen und Varianz - Lösung

Definition: **Varianz und Standardabweichung**

X sei die Zufallsgröße mit der Wertemenge x_1, x_2, \dots, x_n . Dann bezeichnen wir folgende Größe als:

$\mu = E(x)$ den **Erwartungswert** und berechnen ihn folgendermaßen:

$$\mu = x_1 \cdot P(X = x_1) + x_2 \cdot P(X = x_2) + \dots + x_n \cdot P(X = x_n)$$

Mit $V(X)$ bezeichnen wir die **Varianz**:

$$V(X) = (x_1 - \mu)^2 \cdot P(X = x_1) + (x_2 - \mu)^2 \cdot P(X = x_2) + \dots + (x_n - \mu)^2 \cdot P(X = x_n)$$

Die Wurzel aus der Varianz $V(X)$ heißt **Standardabweichung** der Zufallsgröße X:

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

Aufgabe 1: X sei die Augenzahl beim Werfen eines Würfels. Berechne den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung.

Lösung:

x_i	1	2	3	4	5	6
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$(x_i - \mu)^2$	6,25	2,25	0,25	0,25	2,25	6,25

$$E(x) = 3,5 \quad V(x) = \frac{17,5}{6} = 2,92 \quad \sigma(x) = 1,71$$

Aufgabe 2: X sei die Summe der Augenzahlen beim Werfen zweier Würfel. Berechne den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung.

Lösung:

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$
$(x_i - \mu)^2$	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25

$$E(x) = 7 \quad V(x) = \frac{210}{36} = 5,83 \quad \sigma(x) = 2,42$$